



SOLUÇÕES CAIXA PARA REGIMES  
PRÓPRIOS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL

## **Nota Técnica Atuarial**

**Município de**

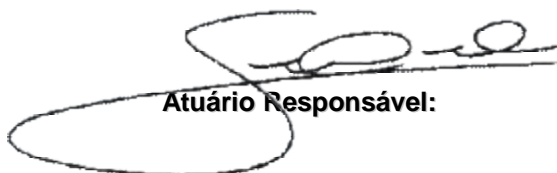
**Conceição da Barra/ES**

**Brasília, janeiro de 2011.**

**CAIXA**

# NOTA TÉCNICA ATUARIAL

## *Município de Conceição da Barra/ES*



Atuário Responsável:

**Gustavo Carrozzino**  
Miba 1.018 MTb/RJ

**Brasília, janeiro de 2010.**

## ÍNDICE

1) Objetivo .....	5
2) Hipóteses Utilizadas.....	5
2.1) Tábuas Biométricas.....	5
2.2) Expectativa de Reposição de Servidores Ativos .....	6
2.3) Composição Familiar.....	6
2.4) Taxa de Juros Real .....	6
2.5) Taxa de Crescimento do Salário por Mérito .....	6
2.6) Projeção de Crescimento Real do Salário por Produtividade.....	7
2.7) Projeção de Crescimento Real dos Benefícios do Plano .....	7
2.8) Fator de Determinação do Valor Real ao Longo do Tempo dos Salários.....	7
2.9) Fator de Determinação do Valor Real ao Longo do Tempo dos Benefícios.....	7
3) Modalidade dos benefícios assegurados pelo RPPS.....	7
4) Regimes Financeiros e Métodos de Financiamento por benefício assegurado pelo RPPS.....	8
5) Metodologia de cálculo para cada benefício assegurado pelo RPPS, sua evolução, contribuições e Reservas Matemáticas.....	9
5.1) Expressão de cálculo do Custo Anual para os Benefícios Futuros (Benefícios a Conceder), no regime de Repartição Simples.....	9
5.1.1) Salário-Maternidade, Salário-Família e Auxílio-Doença. ....	9
5.2) Expressão de cálculo do Custo Anual para os Benefícios Futuros (Benefícios a Conceder), no regime de Repartição de Capital de Cobertura. ....	10
5.2.1) Aposentadoria por Invalidez (e respectiva Reversão em Pensão aos Dependentes).....	10
5.2.2) Pensão por Morte Concedida aos Dependentes do Servidor .....	11
5.2.3) Auxílio-Reclusão .....	12
5.3) Expressão de cálculo Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) dos Benefícios a Conceder (BAC) e Benefícios Concedidos (BC) e Custo Normal no Regime de Capitalização .....	12
5.3.1) Benefícios a Conceder (BAC) .....	13
5.3.1.1) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria Normal Reversível aos Dependentes.....	13
5.3.1.2) Custo Normal da Aposentadoria Normal (com Reversão aos Dependentes) .....	13
5.3.2) Benefícios Concedidos (BC).....	14
5.3.2.1) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria Normal Reversível aos Dependentes.....	14
5.3.2.2) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria por Invalidez Reversível aos Dependentes.....	15
5.3.2.3) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) da Pensão por Morte .....	15
5.4) Expressão de cálculo do Valor Presente dos Salários Futuros (VPSF) .....	16
5.5) Expressão de cálculo do Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF) do Ativo, Aposentado e Pensionista (Benefícios a Conceder e Benefícios Concedidos);.....	16
5.6) Expressão de cálculo do Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF) do Ente Federativo (Benefícios a Conceder e Benefícios Concedidos).....	16
5.7) Expressão de cálculo e evolução das Reservas Matemáticas de Benefícios a Conceder (RMBAC) e Concedidos (RMBC) .....	17
5.8) Expressão de cálculo da alíquota de contribuição, segregada por Ente Federativo, por Servidores Ativos, Aposentados e Pensionistas.....	17

5.8.1)	Custo Normal Total Líquido .....	17
5.8.2)	Custo Suplementar .....	18
5.8.3)	Custo Líquido Total (CLT) como Percentual da Folha de Salários .....	18
6)	Metodologia de cálculo da Compensação Previdenciária a Receber .....	19
6.1)	Benefícios a Conceder.....	19
6.2)	Benefícios Concedidos .....	20
7)	Financiamento Crescente do Custo Suplementar .....	20
8)	Parâmetros da Projeção de Massa .....	21
8.1)	Probabilidades fundamentais utilizadas para o cálculo de projeções .....	21
8.2)	Probabilidades absolutas .....	21
8.3)	Outras definições.....	22
8.4)	Projeção do quantitativo de servidores e de seus dependentes.....	22
8.4.1)	Ativos Atuais.....	22
8.4.2)	Aposentados Atuais .....	23
8.4.3)	Ativos Futuros.....	23
8.5)	Projeção dos Ativos Atuais e dos demais grupos formados a partir deste.....	23
8.5.1)	Projeção dos Ativos Atuais.....	23
8.5.2)	Projeção dos Pensionistas dos Ativos Atuais .....	24
8.5.3)	Projeção dos Inválidos dos Ativos Atuais .....	24
8.5.4)	Projeção dos Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Atuais .....	24
8.5.5)	Projeção dos Aposentados dos Ativos Atuais .....	25
8.5.6)	Projeção dos Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais .....	25
8.6)	Projeção dos Aposentados e Pensionistas Atuais e dos grupos formados a partir destes	26
8.6.1)	Projeção dos Pensionistas Atuais.....	26
8.6.2)	Projeção dos Aposentados Atuais .....	26
8.6.3)	Projeção dos Pensionistas dos Aposentados Atuais .....	26
8.7)	Projeção dos ativos futuros e dos grupos formados a partir destes .....	27
8.7.1)	Projeção de Ativos Futuros.....	27
8.7.2)	Projeção dos Futuros Pensionistas provenientes dos Ativos Futuros.....	27
8.7.3)	Projeção dos Futuros Aposentados provenientes dos Ativos Futuros.....	28
8.7.4)	Projeção dos Pensionistas dos Aposentados provenientes dos Ativos Futuros	28
8.7.5)	Projeção dos Inválidos provenientes dos Ativos Futuros .....	29
8.7.6)	Projeção dos Pensionistas dos Inválidos provenientes dos Ativos Futuros.....	29
9)	Referências Bibliográficas.....	31

## 1) Objetivo

Esta Nota Técnica Atuarial (NTA) tem por objetivo apresentar as premissas atuariais, financeiras e demográficas utilizadas para a execução da Avaliação Atuarial para o Sistema Previdenciário do Município de Conceição da barra/ES, bem como apresentar toda formulação matemática utilizada para o cálculo dos encargos previdenciários. A presente NTA apresenta todos os elementos mínimos previstos no Anexo da Portaria MPS nº 403 de 10 de dezembro de 2008, além do Modelo Matemático para a Projeção de Massa dos servidores públicos (quantitativos, remunerações e benefícios) e das Referências Bibliográficas utilizadas.

## 2) Hipóteses Utilizadas

Neste item serão apresentadas todas as hipóteses utilizadas na execução da Avaliação Atuarial do Município de Conceição da barra/ES.

### 2.1) Tábuas Biométricas

As Tábuas Biométricas são tabelas estatísticas que determinam para cada idade, a probabilidade da ocorrência de algum evento específico, a saber: morte, sobrevivência, entrada em invalidez, morte de inválido ou rotatividade (turnover). O quadro a seguir apresenta as Tábuas Biométricas utilizadas neste cálculo atuarial.

**Quadro 1: Tábuas Biométricas utilizadas em função do evento gerador**

<b>EVENTO GERADOR</b>	<b>TÁBUA</b>
Mortalidade Geral	AT 49
Sobrevivência	IBGE 2008
Entrada em Invalidez	Álvaro Vindas
Mortalidade de Inválidos	IAPB 57
Rotatividade	---

Neste trabalho foi utilizada ao invés de uma tábua específica para a rotatividade como função da idade, uma taxa de rotatividade constante de 1,00% ao ano.

## **2.2) Expectativa de Reposição de Servidores Ativos**

A reposição de servidores ativos será considerada apenas para as projeções demográficas e financeiras, não sendo considerada para o cálculo da Reserva Matemática de Benefícios a Conceder (RMBAC).

Para cada servidor ativo que se desligue do plano previdenciário por aposentadoria, invalidez, morte, exoneração ou demissão, será adotada a hipótese de reposição deste por um outro com as mesmas características que o servidor que se desligou tinha no momento de sua admissão na administração pública (idade, sexo, tipo de vínculo empregatício, remuneração, composição familiar, etc). Essa substituição será realizada enquanto durar o grupo de ativos atuais.

Obs: O item 8 desta NTA apresenta o detalhamento de toda a formulação matemática utilizada para a expectativa de reposição dos servidores ativos.

## **2.3) Composição Familiar**

Foram utilizadas as informações contidas na base de dados disponibilizada.

## **2.4) Taxa de Juros Real**

Foi considerada a taxa real de juros de 6,00% ao ano.

## **2.5) Taxa de Crescimento do Salário por Mérito**

Foi considerada a taxa real de crescimento do salário por mérito de 1,00% ao ano.

## **2.6) Projeção de Crescimento Real do Salário por Produtividade**

Foi considerada a taxa real de crescimento do salário por produtividade de 0,0% ao ano.

## **2.7) Projeção de Crescimento Real dos Benefícios do Plano**

Como considera-se apenas a atualização monetária dos benefícios, foi considerada a taxa de crescimento real de benefícios de 0,00% ao ano.

## **2.8) Fator de Determinação do Valor Real ao Longo do Tempo dos Salários**

Como a projeção de inflação não foi considerada, o fator de determinação do valor real ao longo do tempo dos salários considerado foi de 100,00%.

## **2.9) Fator de Determinação do Valor Real ao Longo do Tempo dos Benefícios.**

Como a projeção de inflação não foi considerada, o fator de determinação do valor real ao longo do tempo dos benefícios considerado foi de 100,00%.

## **3) Modalidade dos benefícios assegurados pelo RPPS**

Os benefícios estão estruturados na modalidade “BENEFÍCIO DEFINIDO”, uma vez que as regras e fórmulas de cálculo dos mesmos já estão definidos quando da entrada do participante no plano.

#### 4) Regimes Financeiros e Métodos de Financiamento por benefício assegurado pelo RPPS

O quadro a seguir apresenta os Regimes Financeiros utilizados para cada um dos benefícios oferecidos pelo RPPS, bem como o Método de Financiamento<sup>1</sup> aplicado para os benefícios financiados em capitalização.

**Quadro 2: Regimes Financeiros e Métodos de Financiamento em função do benefício assegurado pelo RPPS**

Benefícios do Plano	Regime Financeiro	Método
Aposentadoria por Idade, Tempo de Contribuição e Compulsória	CAP	IEN
Aposentadoria por Invalidez	RCC	-
Pensão por Morte de segurado Ativo	RCC	-
Pensão por Morte de Aposentado por Idade, TC e Compulsória	CAP	IEN
Pensão por Morte de Aposentado por Invalidez	RCC	-
Auxílio-doença	RS	-
Salário-maternidade	RS	-
Auxílio-reclusão	RCC	-
Salário-família	RS	-

**Onde:**

**RCC** = Repartição de Capitais de Cobertura

**RS** = Repartição Simples

**CAP** = Capitalização

**IEN** = Idade de Entrada Normal

<sup>1</sup> Para maiores informações acerca dos diversos métodos atuariais de custeio ver Aitken (1996 pp.19-158), Booth et al. (2005 pp.597-605), Iyer (1999 pp.27-36), Scott (1989 pp.17-68) e Winklevoss (1993 pp.140-148).



**5) Metodologia de cálculo para cada benefício assegurado pelo RPPS, sua evolução, contribuições e Reservas Matemáticas.**

**5.1) Expressão de cálculo do Custo Anual para os Benefícios Futuros (Benefícios a Conceder), no regime de Repartição Simples.**

**5.1.1) Salário-Maternidade, Salário-Família e Auxílio-Doença.**

Consideram-se as seguintes informações acerca dos benefícios apresentados neste item:

- **Salário-Maternidade:** o salário-maternidade é devido à servidora segurada, durante cento e vinte dias, com início vinte e oito dias antes e término noventa e um dias depois do parto. O salário-maternidade consistirá em renda mensal correspondente ao valor da remuneração de contribuição da participante, deduzidas das contribuições mensais previstas.
- **Salário-Família:** O valor da cota do salário-família por filho ou equiparado de qualquer condição, até quatorze anos de idade ou inválido de qualquer idade é de R\$ 27,24 (vinte e sete reais e vinte e quatro centavos), para o segurado com remuneração mensal não superior a R\$ 531,12 (quinhentos e trinta e um reais e doze centavos) e de R\$ 19,19 (dezenove reais e dezenove centavos), para o segurado com remuneração mensal superior a R\$ 531,12 (quinhentos e trinta e um reais e doze centavos) e igual ou inferior a 798,30 (setecentos e noventa e oito reais e trinta centavos).
- **Auxílio-Doença:** o auxílio-doença será devido ao participante que ficar incapacitado para a atividade de seu cargo por mais de quinze dias consecutivos. O auxílio-doença consiste em renda mensal correspondente à integralidade dos vencimentos do participante, sendo devido a contar do décimo sexto dia do afastamento a este título.

Segundo o art.10 da Portaria MPS nº 403 de 10 de dezembro de 2008, o Custo Normal destes benefícios será calculado a partir dos valores efetivamente despendidos pelo RPPS, não podendo ser inferior à média dos dispêndios dos três últimos exercícios. Com isso, tomam-se como base os dados das despesas observadas nos 36 (trinta e seis) meses que antecedem o exercício do cálculo atuarial.

$$\text{MÉDIA} \Rightarrow \bar{x} = \frac{\sum_{n=1}^n x_n}{n} = \frac{\sum_{n=1}^{36} \text{despesa}_n}{36}$$

**Onde:**

$n$  = numero total de meses = 36.

$x_n = \text{despesa}_n$  = valor observado da despesa no mês “ $n$ ”.

Logo,

$$SM, SF, AD (CN) = \bar{x}$$

**5.2) Expressão de cálculo do Custo Anual para os Benefícios Futuros (Benefícios a Conceder), no regime de Repartição de Capital de Cobertura.**

**5.2.1) Aposentadoria por Invalidez (e respectiva Reversão em Pensão aos Dependentes)**

No cálculo deste benefício foram considerados os seguintes critérios:

- Para os servidores com cônjuge e pelo menos um filho com idade  $z$  (inferior a 21 anos), a metodologia utilizada foi:

$${}^i(CN) = \sum l_{x,z,k} s_x * q_x^{(i)} * \left( \frac{1}{1+i} + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{1+i} - \sum_{t=21-z}^w v^t p_x^{i(*)} * t p_{x-k} \right) \quad *13$$

- Para servidores com cônjuge e sem filhos, a metodologia utilizada foi:

$${}^i(CN)_x = \sum l_{x,k} s_x * q_x^{(i)} * (\overline{a}_{x:k} + \overline{a}_{x-k} - \sum_{t=1}^w v^t p_x^{i(*)} * t p_{x-k}) * 13$$

- Para os servidores que tenham pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos) e não possuam cônjuge, utilizou-se a seguinte fórmula:

$${}^i(CN)_x = \sum l_{x,z} s_x * q_x^{(i)} * (\overline{a}_{21-z} + {}_z \overline{a}_x) * 13$$

- Para os servidores que não possuem dependentes, a fórmula utilizada foi:

$${}^i(CN)_x = (\sum l_x s_x * q_x^{(i)} * \overline{a}_x) * 13$$

### 5.2.2) Pensão por Morte Concedida aos Dependentes do Servidor

No cálculo deste benefício foram considerados os seguintes critérios:

- Para os servidores com cônjuge e pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos), a metodologia utilizada foi:

$${}^p(CN) = \sum l_{x,z,k} s_x * q_x^{(m)} * (\overline{a}_{21-z} + {}_z \overline{a}_{x-k}) * 13$$

- Para servidores com cônjuge e sem filhos, a metodologia utilizada foi:

$${}^p(CN) = \sum l_{x,k} s_x * q_x^{(m)} * (\overline{a}_{x-k}) * 13$$

- Para os servidores que tenham pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos) e não possuam cônjuge, utilizou-se a seguinte fórmula:

$${}^p(CN) = \sum l_{x,z} s_x * q_x^{(m)} * (\overline{a}_{21-z}) * 13$$

### 5.2.3) Auxílio-Reclusão

O auxílio-reclusão será devido aos dependentes do servidor recolhido à prisão que não esteja recebendo auxílio doença, aposentadoria ou abono de permanência em serviço, desde que tenha remuneração igual ou inferior a R\$ 798,30 (setecentos e noventa e oito reais e trinta centavos). Para esses servidores com pelo menos um dependente legal, o custo normal anual para o pagamento de auxílio-reclusão se dá pela seguinte fórmula:

$$AR (CN) = \sum l_x s_x * q_x^{(reclusão)} * \left( \frac{1}{1,05} \right) * 13$$

Onde:

- $q_x^{(reclusão)}$  = representa a probabilidade de um servidor ativo ser preso (em regime fechado), considerando que um em cada 80.000 servidores assumam esta condição por ano. Ressalte-se que esta estatística foi calculada com base em experiências anteriores.

### 5.3) Expressão de cálculo Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) dos Benefícios a Conceder (BAC) e Benefícios Concedidos (BC) e Custo Normal no Regime de Capitalização

No cálculo foram utilizadas as seguintes premissas:

- **Método de Financiamento:** Idade de Entrada Normal - Agregado (*Entry Age Method – Group*);
- **Metodologia Básica:** Custo *Prorata* (calculado como percentual constante da folha de salários);
- **Déficit Técnico Inicial:** Explícito (esta metodologia permite a mensuração do déficit técnico inicial de forma separada do custo normal);

### 5.3.1) Benefícios a Conceder (BAC)

#### 5.3.1.1) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria Normal Reversível aos Dependentes

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$${}^rVPBF_{ry} = B_r * {}_{r-y}p_y^{(T)} * v^{r-y} * (\pi(r) + a_{r-k} * p(r)) * 13$$

**Onde:**

$r$  = idade de aposentadoria;

$y$  = idade de admissão;

$B_r$  = valor do benefício projetado para a idade de aposentadoria;

${}_{r-y}p_y^{(T)}$  = probabilidade de um indivíduo admitido com idade  $y$  chegar vivo e ativo na idade de aposentadoria  $r$ ;

$v^{r-y}$  = fator de desconto financeiro da idade de admissão  $y$  até a idade de aposentadoria  $r$ ;

$\pi(r)$  = probabilidade do indivíduo estar casado na idade de aposentadoria  $r$ .

#### 5.3.1.2) Custo Normal da Aposentadoria Normal (com Reversão aos Dependentes)

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$${}^r(CN) = \left[ \frac{\sum l_{r,x,y} \cdot {}^r(VPBF)_{ry}}{13 * \left[ \sum l_{r,x,y} \cdot S_y * {}^s\ddot{a}_{y:r-y} \right]} \right] * 13 * (\sum l_{x,y} S_{x,y})$$

**Onde:**

- $\sum$  = Soma de todas as combinações relacionadas à idade de admissão, à idade atual e à idade de aposentadoria projetada, de um determinado grupo de servidores ativos;

- $l_{r,x,y}$  = Quantitativo de servidores admitidos com idade  $y$ , atualmente com idade  $x$  e idade estimada de aposentadoria igual a  $r$ ;

- $S_y$  = Salário na idade de admissão  $y$ ;

- $s_{\overline{r-y}|}^{(T)} = \sum_{t=y}^{r-1} \frac{S(t)}{S(y)} * {}_{t-y}p_y^{(T)} v^{t-y}$  = Anuidade temporária, referente a

um servidor ativo com idade  $y$ , desde a idade de admissão  $y$  até a idade  $r-1$ , considerando o ambiente multidecremental;

- $S_{x,y}$  = Salário de um servidor com idade atual  $x$ , admitido com idade  $y$ ;

### 5.3.2) Benefícios Concedidos (BC)

#### 5.3.2.1) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria Normal Reversível aos Dependentes

No cálculo foram considerados os seguintes critérios:

- Para os servidores com cônjuge e pelo menos um filho com idade  $z$  inferior a 21 anos, utilizou-se a seguinte fórmula:

$$aposen (VPBF) = \sum l_x B_x * 13 * (\overline{1-z} + 21 - z) * v^k$$

- Para os servidores com cônjuge e sem filhos, a fórmula utilizada foi:

$$aposen (VPBF) = \sum l_x B_x * 13 * v^k$$

- Para os servidores que tenham pelo menos um filho com idade  $z$  inferior a 21 anos e que não possuam cônjuge como dependente, a fórmula utilizada foi:

$$aposen (VPBF) = \sum l_x B_x * 13 * (\overline{1-z} + 21 - z) * v^k$$

#### Onde:

- $B_x$  = representa o valor do benefício mensal de aposentadoria.

### 5.3.2.2) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) de Aposentadoria por Invalidez Reversível aos Dependentes

No cálculo foram considerados os seguintes critérios:

- Para os servidores com pelo menos um filho com idade  $z$  inferior a 21 anos e que não possuam cônjuge como dependente, a fórmula utilizada foi:

$$aposen-inválidos (VPBF)_x = \sum l_{x,z} B_x * 13 * ( \overline{a}_{x+21-z} + \overline{a}_{x-k} )$$

- Para os servidores com cônjuge e pelo menos um filho com idade  $z$  inferior a 21 anos, utilizou-se a seguinte fórmula:

$$aposen-inválidos (VPBF) = \sum l_{x,z,k} B_x * 13 * ( \overline{a}_{x+21-z} + \overline{a}_{x-k} - \sum_{t=21-z}^w v^t p_x^{i(*)} * t p_{x-k} )$$

- Para os servidores com cônjuge e sem filhos, a fórmula utilizada foi:

$$aposen-inválidos (VPBF)_x = \sum l_{x,k} B_x * 13 * ( \overline{a}_x + \overline{a}_{x-k} - \sum_{t=0}^{w-x} v^t p_x^{i(*)} * t p_{x-k} )$$

### 5.3.2.3) Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) da Pensão por Morte

No cálculo foram considerados os seguintes critérios:

- Nos casos em que a pensão é concedida ao cônjuge e ao filho com idade  $z$  inferior a 21 anos, a fórmula utilizada foi:

$$pensão (VPBF) = \sum l_{x,z} B_x * 13 * ( \overline{a}_{x+21-z} + \overline{a}_{x-k} )$$

- Nos casos em que a pensão é concedida apenas ao cônjuge, utilizou-se a seguinte fórmula:

$$pensão (VPBF) = \sum l_x B_x * 13 * \overline{a}_{x-k}$$

- Nos casos em que a pensão é concedida apenas ao filho com idade inferior a 21 anos, utilizou-se a seguinte fórmula:

$$pensão (VPBF) = \sum l_z B_x * 13 * ( \frac{1}{1+z} )$$

#### 5.4) Expressão de cálculo do Valor Presente dos Salários Futuros (VPSF)

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$$VPSF = \sum l_{r,x} S_x * \ddot{a}_{x:r-x}^{(T)}$$

#### 5.5) Expressão de cálculo do Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF) do Ativo, Aposentado e Pensionista (Benefícios a Conceder e Benefícios Concedidos);

No cálculo foram utilizadas as seguintes fórmulas:

$$VPCF_{ATIVOS} = {}^R (CN) \% \times VPSF \times \frac{11\%}{T (CN) \%}$$

$$VPCF_{APOSENT} = 11 \% \times VPBF_{TETO}$$

$$VPCF_{PENS} = 11 \% \times VPBF_{TETO}$$

Onde o cálculo do  $VPBF_{TETO}$  está descrito no item 5.3.2), substituindo-se apenas o valor integral do benefício pela parcela deste que supere o teto do Regime Geral de Previdência Social (RGPS).

#### 5.6) Expressão de cálculo do Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF) do Ente Federativo (Benefícios a Conceder e Benefícios Concedidos)

Para os Benefícios Concedidos, não há contribuição do Ente Federativo. Para os Benefícios a Conceder, o Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF) do Ente, equivale a:



$$VPCF_{ENTE} = {}^R(CN) \% \times VPSF - VPCF_{ATIVOS}$$

### 5.7) Expressão de cálculo e evolução das Reservas Matemáticas de Benefícios a Conceder (RMBAC) e Concedidos (RMBC)

Para o cálculo dessas Reservas Matemáticas foi utilizado o método chamado prospectivo<sup>2</sup>, que equivale à diferença entre o Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) e o Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF). Para tanto foram utilizadas as seguintes fórmulas:

$$RMBaC = VPBF_{ATIVOS} - VPCF_{ATIVOS}$$

$$RMBC = VPBF_{APOSENT} + VPBF_{PENS} - VPCF_{APOSENT} - VPCF_{PENS}$$

A soma da RMBAC com a RMBC constitui o Passivo Atuarial (PA) do sistema previdenciário.

### 5.8) Expressão de cálculo da alíquota de contribuição, segregada por Ente Federativo, por Servidores Ativos, Aposentados e Pensionistas

#### 5.8.1) Custo Normal Total Líquido

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$$T(CN) = {}^i(CN) + {}^p(CN) + {}^r(CN) + {}^{SM}(CN) + {}^{SF}(CN) + {}^{AD}(CN) + {}^{AR}(CN)$$

O Custo Normal Total Líquido (não incluídas as despesas administrativas) definido como percentual da folha de salários é dado pela seguinte fórmula:

<sup>2</sup> Ver Ferreira (1985, vol IV, pp. 355-62).

$${}^T (CN)_{\text{percentual}} = \frac{\sum_{x=1}^w l_x * \text{Salário}_{\text{médio}(x)}}{13 * \sum l_x \Delta x}$$

### 5.8.2) Custo Suplementar

O Passivo Atuarial Infundado (PAI) em um ano t corresponde a diferença entre o Passivo Atuarial e os Ativos Financeiros do plano previdenciário, ou seja:

$$(PAI)_t = (PA)_t - (Ativos_{\text{Financeiros}})_t$$

A Portaria nº 403, de 11 de dezembro de 2008, estabelece que o Passivo Atuarial Infundado deve ser amortizado em um prazo não superior a 35 anos, desta forma o custo previdenciário será composto pelo Custo Normal e o Custo Suplementar (CS) resultado da amortização do PAI. Assim temos:

$$(CS) = \frac{PAI}{13 * \overline{s}_{\overline{35}|i}}$$

O Custo Suplementar definido como percentual da folha de salários é representado pela seguinte fórmula:

$$(CS)_{\text{percentual}} = \frac{(CS)}{13 * \sum l_x \Delta x}$$

### 5.8.3) Custo Líquido Total (CLT) como Percentual da Folha de Salários

$${}^T (CLT)_{\text{percentual}} = (CS)_{\text{percentual}} + {}^T (CN)_{\text{percentual}}$$

## 6) Metodologia de cálculo da Compensação Previdenciária a Receber

A estimativa de Compensação Previdenciária foi considerada como Ativo do Plano, uma vez que o RPPS possui convênio ou acordo de cooperação técnica em vigor para operacionalização da compensação previdenciária com os regimes de origem. Desta forma, para efeito de estimativa da Compensação Previdenciária, calculou-se o limite de 10% do Valor Atual dos Benefícios Futuros do Plano de Benefícios.

Como não consta da base cadastral os valores das remunerações de cada servidor no período a compensar com o regime previdenciário de origem, o cálculo do valor individual a receber é realizado com base no valor médio per capita dos requerimentos já deferidos, vigentes na data-base da avaliação, conforme a fórmula a seguir:

### 6.1) Benefícios a Conceder

$$BaC (VPCompF) = \sum_i VPBF_{Aposent-Fut-i} \times \frac{Ben.Med.INSS}{Salário_i} \times \frac{TCINSS_i}{TCINSS_i + TCRPPS_i}$$

#### Onde:

$VPBF_{Aposent-Fut-i}$  = Valor Presente dos Benefícios Futuros referente às aposentadorias futuras do servidor “i”

**Ben.Med.INSS** = valor médio per capita dos benefícios pagos pelo Instituto Nacional do Seguro Social – INSS

**Salário<sub>i</sub>** = Salário Mensal do servidor “i”

**TCINSS<sub>i</sub>** = Tempo de contribuição do servidor “i” ao Instituto Nacional do Seguro Social - INSS

**TCRPPS<sub>i</sub>** = Tempo de contribuição do servidor “i” ao Regime Próprio de Previdência Social – RPPS do município.

**Observação 1:** A fração  $\frac{Ben.Med.INSS}{Salário_i}$  é limitada a 1

## 6.2) Benefícios Concedidos

$${}^{BC} (VPComp_{prev}F) = {}^{BaC} (VPComp_{prev}F) \times VPBF$$

### Onde:

**VPBF** = Valor Presente dos Benefícios Futuros dos atuais aposentados e pensionistas

**Rec. COMPREV** = Receita de Compensação Previdenciária referente aos dois exercícios anteriores ao da realização desta avaliação atuarial

**Folha aposent** = Valor da folha de proventos de aposentadoria e pensão referente aos dois exercícios anteriores ao da realização desta avaliação atuarial

Para o cálculo do percentual referente ao Custo Normal de aposentadoria, foi considerada a totalidade dos servidores ativos, uma vez que a massa de servidores constante do grupo “Fundo Capitalizado” é crescente e tende a atingir a totalidade dos servidores ativos, preservando suas características médias.

## 7) Financiamento Crescente do Custo Suplementar

Nesta metodologia, o financiamento do Déficit Atuarial foi elaborado através de um financiamento crescente.

O Saldo Inicial a ser financiado equivale ao Déficit Atuarial identificado no Cálculo Atuarial.

O Pagamento a cada ano equivale a multiplicação da Alíquota Suplementar indicada para aquele ano pelo valor da folha anual de salários dos servidores ativos, projetada para o mesmo ano.

O Saldo Final a cada ano equivale ao Saldo Inicial do mesmo ano, subtraído do pagamento para aquele mesmo ano.

O Saldo Inicial do segundo ano em diante, equivale ao saldo inicial do ano anterior, multiplicado por  $1 + i$ , onde  $i$  representa a taxa de juros utilizada no estudo.

## 8) Parâmetros da Projeção de Massa

O Modelo da Projeção de Massa estima o quantitativo de servidores ativos, aposentados e dos pensionistas atuais e futuros em cada ano, bem como suas respectivas remunerações e benefícios.

Entretanto, não basta saber quais os valores de despesas ou contribuições que ocorrerão futuramente, é fundamental garantir que os valores das contribuições futuras sejam suficientes para garantir os futuros benefícios dos servidores atuais e futuros, além dos benefícios de seus respectivos dependentes.

Além disso, é importante definir um percentual de contribuição que não sofra grandes oscilações ao longo do tempo e que garanta o Equilíbrio Financeiro e Atuarial do plano previdenciário.

### 8.1) Probabilidades fundamentais utilizadas para o cálculo de projeções

Foram utilizadas as seguintes probabilidades fundamentais nas projeções atuariais:

- $q_x$  = probabilidade de um servidor ativo de idade  $x$  falecer antes de atingir a idade  $x+1$ ;
- $q_x^i$  = probabilidade de um servidor inválido de idade  $x$  falecer antes de atingir a idade  $x+1$ ;
- $w_x$  = probabilidade de um servidor ativo de idade  $x$  se exonerar antes de atingir a idade  $x+1$ ;
- $i_x$  = probabilidade de um servidor ativo de idade  $x$  se invalidar antes de atingir a idade  $x+1$ ;
- $r_x$  = probabilidade de um servidor ativo de idade  $x$  se aposentar antes de atingir a idade  $x+1$ ;

### 8.2) Probabilidades absolutas

As probabilidades fundamentais são as bases para a determinação das probabilidades absolutas. Enquanto as probabilidades fundamentais consideram os eventos de forma isolada, as probabilidades absolutas consideram as interações

existentes entre os eventos. Foram utilizadas as seguintes probabilidades absolutas nas projeções atuariais:

- $q'^{aa}_{(x)}$  = probabilidade de um servidor ativo de idade (x) falecer em antes de atingir a idade x+1;
- $w'_{(x)}$  = probabilidade de um servidor ativo de idade (x) se exonerar antes de atingir a idade x+1;
- $i'_{(x)}$  = probabilidade de um servidor ativo de idade (x) se invalidar antes de atingir a idade x+1;
- $r'_{(x)}$  = probabilidade de um servidor ativo de idade (x) se aposentar antes de atingir a idade x+1;
- $q'^{T}_{(x)}$  = probabilidade de um servidor de idade (x) se desligar do grupo de servidores ativos em virtude de morte em atividade, exoneração, invalidez ou aposentadoria;

### 8.3) Outras definições

As definições abaixo serão utilizadas nas fórmulas descritas a seguir:

- $x$  = idade atual do servidor;
- $b_{(x)}$  = probabilidade de um servidor de idade  $x$  estar casado;
- $k$  = diferença etária entre o servidor e seu cônjuge;
- $y$  = idade de admissão;
- $CrescSal$  = crescimento real anual de salário;
- $SalInicial$  = valor do salário na época da admissão.

### 8.4) Projeção do quantitativo de servidores e de seus dependentes

#### 8.4.1) Ativos Atuais

Aos ativos atuais, foram aplicados os fatores de decremento  $q'^{T}x$  até a extinção do grupo.

Através da aplicação dos fatores  $r'_{(x)}$ ,  $q'^{aa}_{(x)}$ ,  $i'_{(x)}$  o grupo de ativos atuais gerou os seguintes subgrupos:

- novos aposentados dos ativos atuais;
- novos pensionistas dos ativos atuais; e
- novos inválidos dos ativos atuais.

Aplicando-se os fatores  $q_{(x)}$  e  $q^i_{(x)}$  aos grupos de aposentados dos ativos atuais e inválidos dos ativos atuais respectivamente, novos grupos de pensionistas são gerados.

#### **8.4.2) Aposentados Atuais**

Aos aposentados atuais, foi aplicado o fator de decremento  $q_{(x)}$  até que este grupo se extinguisse, gerando os novos pensionistas dos aposentados atuais.

Aos pensionistas atuais foi aplicado o fator de decremento  $q_{(x)}$  até que este grupo se extinguisse.

#### **8.4.3) Ativos Futuros**

O grupo de ativos futuros é gerado em função da extinção do grupo de ativos atuais. Para cada servidor ativo que se desligue do plano previdenciário por aposentadoria, invalidez, morte, exoneração ou demissão, será adotada a hipótese de reposição deste por um outro com as mesmas características que o servidor que se desligou tinha no momento de sua admissão na administração pública (idade, sexo, tipo de vínculo empregatício, remuneração, grupo familiar, etc). Essa substituição será realizada enquanto durar o grupo de ativos atuais.

### **8.5) Projeção dos Ativos Atuais e dos demais grupos formados a partir deste**

#### **8.5.1) Projeção dos Ativos Atuais**

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de servidores ativos em  $t+1$  com idade  $x+1$  ( $NumAti$ ):

$$NumAti(x+1; t+1) = NumAti(x; t) * (1 - q^T(x))$$

- Soma de Salários de Ativos em  $t+1$  com idade  $x+1$  ( $SomSalAti$ ):

$$SomSalAti(x+1; t+1) = NumAti(x+1; t+1) * (SomSalAti(x; t) * (1 + CrescSal))$$

### 8.5.2) Projeção dos Pensionistas dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Ativos em  $t+1$  com idade  $x-k+1$  ( $NumPens$ ):

$$NumPens(x-k+1; t+1) = NumPens(x-k; t) * (1 - q(x-k)) + NumAti(x; t) * q^{aa}(x) * b(x)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Ativos Atuais em  $t+1$  com idade  $x-k+1$  ( $SomBenPens$ ):

$$SomBenPens(x-k+1; t+1) = SomBenPens(x-k; t) * (1 - q(x-k)) + NumAti(x; t) * q^{aa}(x) * b(x) * (SomSalAti(x+1; t+1))$$

### 8.5.3) Projeção dos Inválidos dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Inválidos em  $t+1$  com idade  $x+1$  ( $NumInv$ ):

$$NumInv(x+1; t+1) = NumInv(x; t) * (1 - q^i(x)) + NumAti(x; t) * (i'(x))$$

- Soma de benefícios de inválidos em  $t+1$  com idade  $x+1$  ( $SomBenInv$ ):

$$SomBenInv(x+1; t+1) = NumAti(x; t) * (SomSalAti(x; t) * (1 + CrescSal)) * (i'(x)) + SomBenInv(x; t) * (1 - q^i(x))$$

### 8.5.4) Projeção dos Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:



- Número de Pensionistas dos Inválidos em  $t+1$  com idade  $x-k+1$  ( $NumPensInv$ ):

$$NumPensInv(x-k+1; t+1) = NumPensInv(x-k; t) * (1-q(x-k)) + NumInv(x; t) * q^i(x) * b(x)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Atuais em  $t+1$  com idade  $x-k+1$  ( $SomBenPensInv$ ):

$$SomBenPensInv(x-k+1; t+1) = SomBenPensInv(x-k; t) * (1-q(x-k)) + NumInv(x; t) * q^i(x) * b(x) * SomBenInv(x; t)$$

### 8.5.5) Projeção dos Aposentados dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Aposentados dos Ativos Atuais em  $t+1$  com idade  $x+1$  ( $NumApos$ ):

$$NumApos(x+1; t+1) = NumAti(x; t) * (1-qx) + (NumAti(x; t) * r'(x))$$

- Soma de Benefícios de Aposentados em  $t+1$  com idade  $x+1$  ( $SomBenApos$ ):

$$SomBenApos(x+1; t+1) = NumAti(x; t) * (SomSalAti(s; t) * (1+CrescSal)) * (r'(x)) + SomBenApos(x; t) * (1-qx)$$

### 8.5.6) Projeção dos Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em  $t+1$  com idade  $x-k+1$  ( $NumPensApos$ ):

$$NumPensApos(x-k+1; t+1) = NumPensApos(x-k; t) * (1-q(x-k)) + NumApos(x; t) * (qx) * b(x)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em  $t+1$  com idade  $x-k+1$  ( $SomBenPensApos$ ):

$$SomBenPensApos(x-k+1; t+1) = SomBenPensApos(x-k; t) * (1-q(x-k)) + (qx) * b(x) * SomBenApos(x; t)$$

## 8.6) Projeção dos Aposentados e Pensionistas Atuais e dos grupos formados a partir destes

### 8.6.1) Projeção dos Pensionistas Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de pensionistas Atuais em  $t+1$  com idade  $x+1$  ( $NumPensAt$ ):  
$$NumPensAt(x+1; t+1) = NumPensAt(x; t) * (1 - q(x))$$
- Soma de Benefícios dos Pensionistas Atuais em  $t+1$  com idade  $x+1$  ( $SomBenPensAt$ ):  
$$SomBenPensAt(x+1; t+1) = SomBenPens(x; t) * (1 - q(x))$$

### 8.6.2) Projeção dos Aposentados Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Aposentados Atuais em  $t+1$  com idade  $x+1$  ( $NumAposAt$ ):  
$$NumAposAt(x+1; t+1) = SomBenApos(x; t) * (1 - q(x))$$
- Soma de Benefícios dos Aposentados Atuais em  $t+1$  com idade  $x+1$  ( $SomBenAposAt$ ):  
$$SomBenAposAt(x+1; t+1) = SomBenApos(x; t) * (1 - q(x))$$

### 8.6.3) Projeção dos Pensionistas dos Aposentados Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de pensionistas dos Aposentados atuais em  $t+1$  com idade  $x-k+1$  ( $NumPensAposAt$ ):  
$$NumPensAposAt(x-k+1; t+1) = NumPensAposAt(x-k; t) * (1 - q(x-k)) + NumAposAt(x; t) * q(x) * b(x)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em  $t+1$  com idade  $x-k+1$  ( $SomBenPensAposAt$ ):

$$SomBenPensAposAt(x-k+1; t+1) = SomBenPensInatAt(x-k; t) * (1-q(x-k)) + q(x) * b(x) * SomBenAposAt(x; t)$$

## 8.7) Projeção dos ativos futuros e dos grupos formados a partir destes

### 8.7.1) Projeção de Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Ativos Futuros em  $t$  com idade  $y$  ( $NumAtFut$ ):

$$NumAtFut(y; t) = 1 - q^T(x+t) - \sum_{p=0}^{t-1} p = 0..t NumAtFut(y+p, p)$$

- Número de Ativos Futuros em  $t+1$  com idade  $y+t+1$  ( $NumAtFut$ ):

$$NumAtFut(y+t+1; t+1) = NumAtFut(y+t; t) * (1 - q^T(y+t))$$

- Soma dos Salários dos Servidores Ativos Futuros em  $t$  com idade  $y$ :

$$SomaSalAtFut(y; t) = NumAtFut(y; t) * SalInicial$$

- Soma dos Salários dos Servidores Ativos Futuros em  $t+1$  com idade  $y+t+1$  ( $SomaSalAtFut$ ):

$$SomaSalAtFut(y+t+1; t+1) = SomaSalAtFut(y+t; t) * (1 + CrescSal)$$

### 8.7.2) Projeção dos Futuros Pensionistas provenientes dos Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Ativos Futuros em  $t+1$  com idade  $y+t-k+1$  ( $NumPensAtFut$ ):

$$\text{NumPensAtFut}(y+t-k+1; t+1) = \text{NumAtFut}(y+t; t) * (1-q'(y+t)) + \text{NumPensAtFut}(y+t-k; t) * (1-q(y+t))$$

- Soma dos Benefícios dos Pensionistas dos Ativos Futuros em  $t+1$  com idade  $y+t-k+1$  (*SomaBenPensAtFut*):

$$\text{SomaBenPensAtFut}(y+t-k+1; t+1) = \text{NumAtFut}(y+t; t) * (1-q'(y+t)) * (1+\text{crescSal}) + \text{NumPensAtFut}(y+t-k; t) * (1-q(y+t)) * \text{SomaBenPensAtFut}(y+t-k; t)$$

### 8.7.3) Projeção dos Futuros Aposentados provenientes dos Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Aposentados dos Ativos Futuros em  $t+1$  com idade  $y+t+1$  (*NumAposAtiFut*):

$$\text{NumAposAtiFut}(y+t+1; t+1) = \text{NumAposAtiFut}(y+t+1; t) * (1-q(y+t)) + \text{NumAtFut}(y+t; t) * (r'(y+t))$$

- Soma de Benefícios dos Aposentados Futuros em  $t+1$  com idade  $y+t+1$  (*SomBenAposAtFut*):

$$\text{SomBenAposAtFut}(y+t+1; t+1) = \text{SomBenApos}(y+t; t) * (1-q(y+t))$$

### 8.7.4) Projeção dos Pensionistas dos Aposentados provenientes dos Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Futuros em  $t+1$  com idade  $y+t-k+1$  (*NumPensAposAtFut*):

$$\text{NumPensAposAtFut}(y+t-k+1; t+1) = \text{NumPensApos}(y+t-k; t) * (1-q(y+t+k)) + \text{NumAposAtiFut}(y+t; t) * (q(y+t)) * b(y+t)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Futuros em  $t+1$  com idade  $y+t-k+1$  (*SomBenPensAposAtFut*):

$$SomBenPens \ AposAtFut \ (y + t - k + 1; t + 1) = SomBenPens \ Apos \ (y + t - k; t) \\ * (1 - q(y + t - k)) + (q(y + t)) * b(x) * SomBenApos \ AtFut \ (y + t; t)$$

### 8.7.5) Projeção dos Inválidos provenientes dos Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Inválidos dos Ativos Futuros em  $t+1$  com idade  $x+1$  ( $NumInvAtFut$ ):

$$NumInvAtFut(y + t + 1; t + 1) = NumInvAtFut(y + t; t) * (1 - q^i(y + t)) + \\ NumAti(y + t; t) * (i'(y + t))$$

- Soma de Benefícios de Inválidos dos Ativos Futuros em  $t+1$  com idade  $y+t+1$  ( $SomBenInvAtFut$ ):

$$SomBenInvAtFut(y + t + 1; t + 1) = NumAtiFut(y + t; t) * (SomSalAti(y + t; t) * (1 + CrescSal) \\ * (i'(y + t)) + SomBenInvAtFut(y + t; t) * (1 - q^i(x)))$$

### 8.7.6) Projeção dos Pensionistas dos Inválidos provenientes dos Ativos Futuros

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Futuros em  $t+1$  com idade  $y+t-k+1$  ( $NumPensInvAtFut$ ):

$$NumPensInvAtFut(x - k + 1; t + 1) = NumPensInvAtFut(y + t - k; t) * \\ (1 - q(y + t - k)) + NumInv(y + t; t) * (y + t) * b(y + t)$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Futuros em  $t+1$  com idade  $y+t-k+1$  ( $SomBenPensInvAtFut$ ):

$$SomBenPensInvAtFut(y + t - k + 1; t + 1) = SomBenPensInvAtFut(y + t - k; t) \\ * (1 - q(y + t - k)) + NumInvAtFut(y + t; t) * q^i(y + t) * b(y + t) * SomBenInvAtFut(y + t; t)$$

O procedimento de cálculo descrito é aplicado a cada servidor ativo, inativo e para os pensionistas, considerando suas características e de seus

dependentes como: idade de admissão, idade atual, idade de aposentadoria, sexo, estado civil, idade do cônjuge, idade do filho, remuneração e benefício.

Após a realização dos cálculos para cada um dos participantes, estes resultados são agrupados em função das projeções anuais e consolidados conforme os itens anteriormente descritos.

## 9) Referências Bibliográficas

- **AITKEN, William H. (1996)** “*A Problem-Solving Approach to Pension Funding and Valuation*” *Second Edition*
- **BOOTH, Philip, CHADBURN, Robert, HABERMAN, Steven, JAMES, Dewi, KHORASANEE, Zaki, PLUMB, Robert H. and RICKAYZEN, Ben (2005)** “*Modern Actuarial Theory and Practice*” *Second Edition* – Chapman & Hall / CRC.
- **BOWERS, Newton L. , GERBER, Hans U. , HICKMAN, James C. , SONES, Donald A. and NESBIT, Cecil J. (1986)** “*Actuarial Mathematics*”, First Edition, published by SOA – Society of Actuaries, 1986.
- **FERREIRA, Weber J. (1985)** “*Coleção introdução à Ciência Atuarial*”, Rio de Janeiro, IRB, 1985, 4v.
- **IYER, Subramaniam (1999)** “*Actuarial Mathematics of Social Security Pensions*” - *International Labour Office (December 1, 1999)*.
- **SCOTT, Elaine A. (1989)** “*Simple Defined Benefit Plans: Methods of Actuarial Funding*”
- **SPIEGEL, Murray R., SCHILLER, John J. e SRINIVASAN, R. Alu.(2004)** “*Teoria e problemas de probabilidade e estatística*” 2ª edição – (Coleção Schaum)
- **WINKLEVOSS, Howard E. (1993)** “*Pension mathematics with numerical illustrations*” *Second edition. Pension Research Council of the Wharton School of the University of Pennsylvania.*